Université du Québec à Montréal
Département de mathématiques

MAT 2080 — STATISTIQUE EN GESTION 1

EXAMEN FINAL DIFFÉRÉ HIVER 2003

Date : Dimanche 11 mai 2003, de 13h00 à 16h00

Nom :

Prénom :

Code permanent :

Groupe:

INSTRUCTIONS

1. Prendre grand soin de ne pas désassembler les feuilles du présent cahier (9 pages + tables + formulaire), qui doit être remis en entier. Seuls l'annexe, le formulaire et les tables peuvent être détachés du cahier et n'ont pas à être retournés.
2. Par mesure de précaution, inscrire lisiblement votre nom au haut de chacune des pages 2 à 9
3. Les solutions doivent être rédigées dans les espaces prévus. Ne pas négliger d'expliquer clairement votre démarche, de donner les détails de vos calculs et d'identifier clairement les variables considérées.
4. Si l'espace est insuffisant, indiquer clairement que la solution se poursuit au verso de la page.
5. Tout texte de référence (manuel, notes de cours, notes personnelles, etc.) est interdit. ***Tout cas de plagiat ou de fraude sera soumis au Comité de discipline.***
6. Vous trouverez à la fin de ce cahier deux feuilles blanches, pour fins de calcul-brouillon.
7. L'usage d'une calculatrice est autorisé.
8. L'étudiant doit présenter sa carte d'étudiant (avec photo) lors de la remise de son cahier et signer la feuille de présence.

Grille à l'usage du correcteur

1-a)	1-b)	1-c)	1-d)	1-e)	2	3
/10	/10	/10	/10	/10	/10	/10
4-a)	**4-b)**	**4-c)**	**4-d)**	**Note :**		
/10	/5	/10	/5		/100	

Question 1

Le tableau en annexe présente des données sur un échantillon de 30 ménages tiré au hasard dans une ville de 6 000 ménages.

10 pts a) Estimer le nombre total d'enfants dans la ville, estimer l'écart-type de l'estimateur, et déterminer un intervalle de confiance pour le nombre d'enfants dans la ville

$\bar{y} = 0{,}6667$; $\hat{\sigma}_{\bar{y}} = \sqrt{1 - \frac{30}{6000}} \frac{\sqrt{0{,}8506}}{\sqrt{30}} = 0{,}1679630$;

$T = N\bar{y} = 4\ 000$; $\hat{\sigma}_T = N\hat{\sigma}_{\bar{y}} = 1007{,}763.$

Intervalle de confiance : $T \pm 2\hat{\sigma}_T = [1984 ; 6016]$

Nombre total d'enfants dans la ville = $\boxed{4\ 000}$ *Écart-type de l'estimateur* : $\boxed{1007{,}78}$

Intervalle de confiance : $\boxed{1984}$ ≤ *Nombre d'enfants dans la ville* ≤ $\boxed{6016}$

10 pts b) Estimer le nombre de ménages sans enfants dans la ville, et estimer l'écart-type de l'estimateur

Le nombre de ménages sans enfants dans l'échantillon est $X = 16$. Donc $\hat{p} = \frac{16}{30} =$

$0{,}533333$, $\hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{1 - \frac{30}{6000}} \sqrt{\frac{(16/30)(1-16/30)}{30-1}} = 0{,}092409218$

On estime donc le nombre de ménages sans enfants par $\hat{N}_c = N\hat{p} = 6\ 000(0{,}533\ 333\ 333)$

$= 3\ 200$ et $\hat{\sigma}_{\hat{N}_c} = N\hat{\sigma}_{\hat{p}} = 554{,}455$

Nombre de ménages sans enfants = $\boxed{3\ 200}$ *Écart-type de l'estimateur* : $\boxed{554{,}455}$

10 pts c) Estimer la proportion d'enfants parmi les personnes de la ville, et estimer l'écart-type de l'estimateur

La proportion d'enfants est une quotient $R = \frac{\mu_y}{\mu_x}$, où

Y est le nombre d'enfants et X est le nombre de personnes.

L'estimation est $\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{0,666667}{2,633333} = 0,25316456$

L'évart-type de l'estimateur est

$$\hat{\sigma}_{\hat{R}} = \frac{\sqrt{1 - n/N}}{\bar{x}\sqrt{n}} \sqrt{s_y^2 + \hat{R}^2 s_x^2 - 2\hat{R} s_{xy}} =$$

$$\frac{\sqrt{1-30/6000}}{2,63333\sqrt{30}} \sqrt{(0,92226607)^2 + (0,25316456)^2 (1,5196037)^2 - 2(0,25316456)(0,90804598)} = 0,05076$$

Proportion d'enfants dans la ville = $\boxed{0,2532}$ *Écart-type de l'estimateur* : $\boxed{0,05076}$

10 pts d) Sachant qu'il y a 17 380 personnes dans la population, estimer les dépenses moyennes en nourriture en utilisant un estimateur par le quotient, et estimer l'écart-type de l'estimateur

$$\hat{\mu}_{yq} = \hat{R}\mu_x = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}\mu_x = \frac{156,37567}{2,633333}\frac{17380}{6000} = 59,383165(2,896666667) = 172,01323$$

L'écart-type de l'estimateur est $\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_{yq}} = \frac{\sqrt{1-n/N}}{\sqrt{n}} \sqrt{s_y^2 + \hat{R}^2 s_x^2 - 2\hat{R} s_{xy}} =$

$$\frac{\sqrt{1-30/6000}}{\sqrt{30}} \sqrt{(74,213881)^2 + (59,383165)^2 (1,5196037)^2 - 2(59,383165)(107,72767)} = 5,3293331$$

Dépenses moyennes en nourriture = $\boxed{172,01\ \$}$ *Écart-type de l'estimateur* : $\boxed{5,3293}$

10 pts e) Considérer maintenant l'échantillon comme un échantillon pilote, et utiliser l'information qu'il contient pour déterminer la taille de l'échantillon qu'il faudra tirer pour estimer le revenu hebdomadaire moyen avec une marge d'erreur de 4 %.

$$n_o = \left(\frac{2S}{0{,}04\mu_y}\right)^2.$$

On estime S par $s = 220{,}84807$ et μ_y par $\bar{y} = 727{,}31967$ et on obtient

$$n_o = \left(\frac{2(220{,}84807)}{0{,}04(727{,}31967)}\right)^2 = 230{,}50299. \quad n = \frac{n_0}{1 + n_o/N} = \frac{230{,}50299}{1 + 230{,}50299/6000} = 222$$

La taille de l'échantillon qu'il faudra tirer pour estimer le revenu moyen avec une marge de 4 % est : $\boxed{222}$

10 pts

Question 2

Supposons que l'échantillon au numéro précédent à été tiré dans la ville proprement dite, et que la ville n'était qu'une des deux strates de la population visée, la deuxième étant constituée des banlieues. Dans la strate des banlieues, on tire un échantillon aléatoire simple de 50 ménages. Voici la liste des 50 revenus hebdomadaires :

770,44	229,29	1129,28	1446,47	1078,49
1073,29	1151,63	1135,6	990,04	1802,91
1410,12	1166,28	1050,00	1692,54	814,26
616,19	1193,09	1064,03	54,71	1464,37
814,85	170,27	1124,21	271,59	1505,57
1687,35	792,96	523,72	875,17	407,39
456,47	822,47	311,07	1034,89	775,58
607,10	194,19	139,12	274,10	2275,04
553,90	868,97	824,37	1926,56	823,82
943,08	1910,82	1143,88	1778,11	310,55

Somme des données : 47 480,20
Variance (corrigée) s^2 = 279 562,99
Nombre de ménages dans les banlieues : 4 000.

Estimer le revenu hebdomadaire moyen de la population entière (ville et banlieues), et estimer l'écart-type de l'estimateur.

$\overline{y}_1 = 727{,}31967$; $\overline{y}_2 = 949{,}6040$

$\overline{y}_{st} = W_1\overline{y}_1 + W_2\overline{y}_2 = (0{,}6)(727{,}31969) + (0{,}4)(949{,}60400) = 816{,}2334.$

$$\hat{\sigma}^2_{\overline{y}_1} = \left(1 - \frac{n_1}{N_1}\right)\frac{s_1^2}{n_1} = \left(1 - \frac{30}{6000}\right)\frac{(220{,}84807)^2}{30} = 1617{,}6667 \; ;$$

$$\hat{\sigma}^2_{\overline{y}_2} = \left(1 - \frac{n_2}{N_2}\right)\frac{s_2^2}{n_2} = \left(1 - \frac{50}{4000}\right)\frac{(528{,}73716)^2}{50} = 5521{,}3689$$

$$\hat{\sigma}_{\overline{y}_{st}} = \sqrt{W_1^2\hat{\sigma}^2_{\overline{y}_1} + W_2^2\hat{\sigma}^2_{\overline{y}_2}} = \sqrt{1465{,}779} = 38{,}2855$$

Revenu moyen de la population = $\boxed{816{,}23}$ *Écart-type de l'estimateur* : $\boxed{38{,}285}$

10 pts

Question 3

Considérer maintenant les échantillons présentés aux questions 1 et 2 comme des échantillons pilotes. Utilisez les données de ces échantillons pour déterminer la meilleure façon de répartir un échantillon stratifié (deux strates : ville, banlieues) de 300 ménages tiré dans le but d'estimer le revenu moyen des 10 000 ménages

Nous estimons N_1S_1 et N_2S_2 par

$N_1s_1 = 1325088{,}4$ et $N_2s_2 = 2114948{,}6$, respectivement.

$n_1 = N_1s_1/(N_1s_1 + N_2s_2)\times 300 = 116$ et

$n_2 = N_2s_2/(N_1s_1 + N_2s_2)\times 300 = 184.$

Question 4

Dans le cadre d'une étude sur l'efficacité d'un médicament anti-cholestérol appelé cholestyramine, un groupe de 3800 sujets a été réparti au hasard en deux groupes. Le groupe expérimental, comprenant 2000 sujets, a reçu une dose quotidienne de cholestyramine, alors que le groupe témoin (1800 sujets) n'a reçu qu'un placebo. L'expérience a duré 7 années, à la fin desquelles on a constaté que le nombre de personnes ayant eu une crise cardiaque a été de 155 dans le groupe expérimental et de 187 dans le groupe témoin.

10 pts 4-a) Formuler H_o

La cholestyramine est inefficace, c'est-à-dire, la probabilité d'une crise cardiaque est la même chez ceux qui ont reçu la cholestyramine est la même que chez ceux qui ont reçu un placebo.

5 pts 4-b) Effectuez les calculs du test

Le tableau suivant présente les effectifs observés/théoriques :

	Crise cardiaque	Pas de crise cardiaque	Total
Groupe expériment	155/180	1845/1820	2000
Groupe témoin	187/162	1613/1638	1800
Total	342	3458	3800

La valeur de khi-deux est

$$\chi^2 = \frac{(155-180)^2}{180} + \frac{(1845-1820)^2}{1820} + \frac{(187-162)^2}{162} + \frac{(1613-1638)^2}{1638} \approx 8.$$

10 pts 4-c) Formulez clairement votre conclusion, en termes des paramètres définis en a).

Puisque 8 est supérieur au point critique à 1 degré de liberté, qui est 3,84, on rejette H_o. On peut donc conclure que la probabilité d'une crise cardiaque est modifiée par la cholestyramine. Puisque le pourcentage de cris est de 7,75 dans le groupe expérimental et de 10,4 dans le groupe témoin, nous pouvons conclure que la cholestyramine a un effet bénéfique.

5 pts 4-d) En termes de l'effet de la cholestyramine, vous concluez que (A,B,C,D,E ou F) **F**

- A on peut affirmer avec confiance que la cholestyramine a un effet
- B le hasard tout seul suffirait à expliquer la différence entre les deux groupes
- C on peut affirmer avec confiance que la cholestyramine n'a pas d'effet
- D le hasard ne suffirait pas à expliquer la différence entre les deux groupes
- E Aucune des conclusions ci-dessus n'est justifiée
- F Au moins deux des conclusions ci-dessus sont justifiées

Table de la loi normale

Surfaces à gauche du point z

z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
-4,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,90	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,80	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,70	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,60	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
-3,50	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,40	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,30	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005
-3,20	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0007	0,0007
-3,10	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010
-3,00	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0012	0,0012	0,0013	0,0013	0,0013
-2,90	0,0014	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
-2,80	0,0019	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026
-2,70	0,0026	0,0027	0,0028	0,0029	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0034	0,0035
-2,60	0,0036	0,0037	0,0038	0,0039	0,0040	0,0041	0,0043	0,0044	0,0045	0,0047
-2,50	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,40	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,30	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2,20	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,0122	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,10	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,00	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1,90	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1,80	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,70	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1,60	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,50	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,40	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,30	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,20	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,10	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,00	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0,90	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0,80	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,70	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,60	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,50	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,40	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,30	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,20	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,10	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
0,00	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000

Table de la loi normale

Surfaces à gauche du point z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,10	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,20	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,30	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,40	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,50	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,60	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,70	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,80	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,90	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,00	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,10	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,20	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,30	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,40	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,50	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,60	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,70	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,80	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,90	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,00	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,10	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,20	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,30	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,40	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,50	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,60	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,70	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,80	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,90	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,00	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,10	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,20	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,30	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,40	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,50	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,60	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,70	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,80	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,90	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Formulaire

Résumé des paramètres, leur estimateur, l'écart-type, et l'estimateur de l'écart-type.

Paramètre	*Estimateur*	*Écart-type de l'estimateur*	*Estimateur de l'écart-type de l'estimateur*
Moyenne μ	$\bar{y}$	$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{1-f}\,\frac{S}{\sqrt{n}}$	$\hat{\sigma}_{\bar{y}} = \sqrt{1-f}\,\frac{s}{\sqrt{n}}$
Proportion p	$\hat{p} = \frac{X}{n}$	$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{1-f}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n-1}}$
Un quotient R $= \frac{\mu_y}{\mu_x}$	$\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$	$\sigma_{\hat{R}} \approx \frac{\sqrt{1-f}}{\mu_x}\frac{\sqrt{S_y^2+R^2S_x^2-2RS_{xy}}}{\sqrt{n}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{R}} = \frac{\sqrt{1-f}}{\bar{x}}\frac{\sqrt{s_y^2+\hat{R}^2s_x^2-2\hat{R}s_{xy}}}{\sqrt{n}}$
Moyenne μ Estimation par la différence	$\hat{\mu}_{yd} = \mu_x + (\bar{y}-\bar{x})$	$\sigma_{\hat{\mu}_{yd}} = \sqrt{1-f}\,\frac{\sqrt{S_y^2+S_x^2-2S_{xy}}}{\sqrt{n}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_{yd}} = \sqrt{1-f}\,\frac{\sqrt{s_y^2+s_x^2-2s_{xy}}}{\sqrt{n}}$
Moyenne μ Estimation par le quotient	$\hat{\mu}_{yq} = \mu_x\hat{R}$	$\sqrt{1-f}\,\frac{\sqrt{S_y^2+R^2S_x^2-2RS_{xy}}}{\sqrt{n}}$	$\sqrt{1-f}\,\frac{\sqrt{s_y^2+\hat{R}^2s_x^2-2\hat{R}s_{xy}}}{\sqrt{n}}$

$f = \frac{n}{N}$

Taille d'échantillon

Estimation de la moyenne La taille d'échantillon nécessaire pour que la marge d'erreur *absolue* soit égale à E est $n = \frac{n_o}{1+\frac{n_o}{N}}$ où $n_o = \left(\frac{2S}{E}\right)^2$.

La taille d'échantillon nécessaire pour que la marge d'erreur *relative* soit égale à R est $n = \frac{n_o}{1+\frac{n_o}{N}}$ où $n_o = \left(\frac{2S}{R\mu}\right)^2$.

Estimation d'une proportion p Pour estimer une proportion p de telle sorte que la marge d'erreur absolue soit égale à E, la taille approximative de l'échantillon qu'il faut tirer est donnée par $n = \frac{n_o}{1+\frac{n_o}{N}}$ où $n_o = \frac{4p(1-p)}{E^2}$.

Échantillonnage par strates

L'estimateur de la moyenne dans un échantillon stratifié est $\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h\bar{y}_h$; son écart type est

$\sigma_{\bar{y}_{st}} = \sqrt{\sum_{h=1}^{L} W_h^2\sigma_{\bar{y}_h}^2}$ où $\sigma_{\bar{y}_h}^2 = (1-f_h)\frac{S_h^2}{n_h}$ et $f_h = n_h/N_h$.

L'*allocation optimale* pour l'estimation d'une moyenne dans un échantillon stratifié est donnée par n_h proportionnels aux W_hS_h.

Test du khi-deux

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - T_i)^2}{T_i},$$

Points crtiques (α = 5 %) d'une loi khi-deux

ν	χ^2_ν	ν	χ^2_ν	ν	χ^2_ν	ν	χ^2_ν
1	3,8415	6	12,5916	11	19,6751	16	26,2962
2	5,9915	7	14,0671	12	21,026	17	27,5871
3	7,8147	8	15,5073	13	22,362	18	28,8693
4	9,4877	9	16,919	14	23,6848	19	30,1435
5	11,0705	10	18,307	15	24,9958	20	31,4104

Annexe

Données sur un échantillon de 30 ménages tiré d'une ville de 6 000 ménages

Les variables :

Id	Un numéro identifiant le ménage
Adultes	Le nombre d'adultes dans le ménage
Enfants	Le nombre d'enfants dans le ménage
Revenu	Le revenu net hebdomadaire du ménage
Nourriture	Le montant de dépenses en nourriture en une semaine

Id	*Adultes*	*Enfants*	*Revenu*	*Nourriture*	*Id*	*Adultes*	*Enfants*	*Revenu*	*Nourriture*
1	1	0	274,62	59,92	16	2	1	350,91	139,99
2	1	2	575,41	170,08	17	3	0	300,06	173,29
3	3	4	752,48	349,20	18	2	0	1027,17	109,84
4	2	1	671,82	136,17	19	2	0	536,32	110,25
5	1	0	1044,28	64,58	20	1	0	710,5	90,61
6	2	1	777,69	175,49	21	2	0	1012,32	163,54
7	2	0	1096,20	158,04	22	3	2	759,7	276,99
8	4	0	713,72	219,51	23	1	0	1009,99	76,28
9	1	1	719,26	141,40	24	1	0	836,38	101,57
10	1	1	795,80	125,81	25	1	1	808,62	143,89
11	1	0	536,61	81,51	26	3	0	554,07	173,24
12	3	1	983,10	235,93	27	1	1	809,36	107,25
13	6	0	615,99	363,84	28	2	0	557,37	142,01
14	2	2	536,99	178,14	29	1	1	912,73	107,70
15	3	1	932,91	205,72	30	1	0	607,21	109,48

Dans les calculs qui suivent, la variable « personnes » est le nombre de personnes dans le ménage : le nombre d'adultes plus le nombre d'enfants.

Sommes

```
 adultes   enfants   revenu   nourriture  personnes
      59       20    21819.59    4691.27         79
```

Variances

```
 adultes enfants   revenu nourriture personnes
  1.3437  0.8506    48774   5507.7    2.3092
```

Variances et covariances

```
            adultes  enfants     revenu   nourriture personnes
   adultes   1.3437   0.0575    -25.5079    71.8981    1.4011
   enfants   0.0575   0.8506     -1.0370    35.8295    0.9080
    revenu -25.5079  -1.0370      48774    -67.1396   -26.5450
nourriture  71.8981  35.8295    -67.1396     5507.7   107.73
 personnes   1.4011   0.9080    -26.5450      107.73    2.3092
```

Brouillon

Brouillon